



# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
 Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de febrero de 2017  
 DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

ASIGNATURA/AREA: Cálculo	FECHA: abril de 2025
PERIODO: 1 de 2025	GRADO: 11° (11°1 y 11°2)
NOMBRE DEL DOCENTE: Jaime Buelvas	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	
FECHA DE ENTREGA: abril 7 de 2025	FECHA DE SUSTENTACIÓN: Según horario organizado por coordinación.
LOGROS: <i>Establecimiento de relaciones y diferencias entre notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.</i>	
Recursos: Hojas de bloc, lápiz, borrador, regla, lápices de colores, textos de matemáticas e internet.	

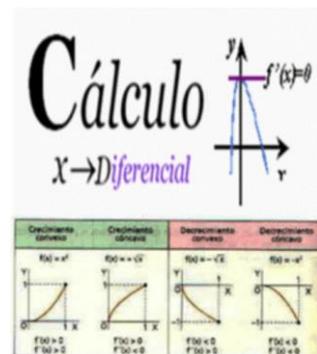
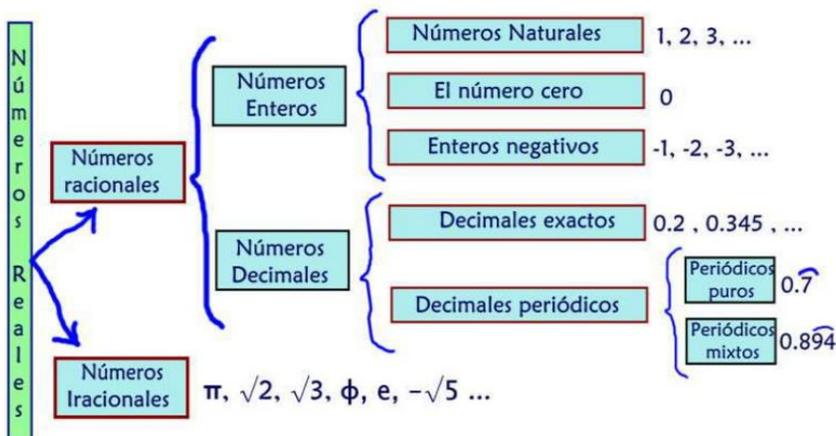
## PLAN DE APOYO

### ACTIVIDADES

<b>OBSERVACIONES:</b>	
<b>FECHA DE ENTREGA DEL TRABAJO</b>	<b>FECHA DE SUSTENTACIÓN</b>
<b>NOMBRE DEL EDUCADOR</b> <i>Jaime Buelvas</i>	<b>FIRMA DEL EDUCADOR</b>

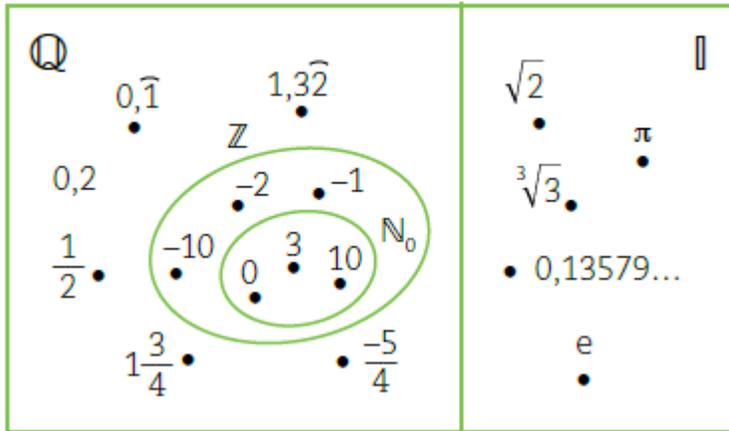
### TEORÍA, EXPLICACIONES Y BIBLIOGRAFÍA

#### Números reales





$\mathbb{R}$



mundomatematicaycalculo.blogspot.com  
*Creadores del Cálculo*

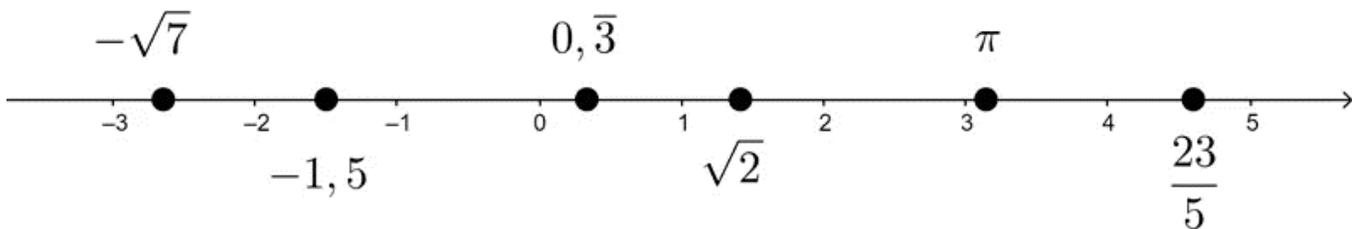


Gottfried Leibniz  
(1646-1716).



Isaac Newton  
(1642-1727)

**Recta de números reales**

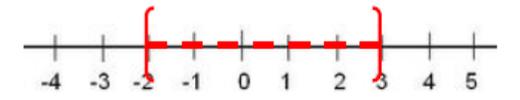


**Intervalo real. Clasificación**

Un **intervalo**, es un subconjunto del conjunto de los números reales,  $\mathbb{R}$ . O sea, una parte, una porción de la recta real, determinada por alguna relación de orden. Una relación de orden se establece a través de una desigualdad. Dados dos números reales **a** y **b** (llamados extremos), puede ocurrir:

$$a < b \text{ o } a \leq b \leq \text{ o } a > b \text{ o } a \geq b$$

Para establecer los extremos de dichos intervalos se utilizan **paréntesis ( )**, si el valor no pertenece al intervalo; o **corchetes [ ]**, si el valor pertenece al intervalo.

<p>➤ Intervalo abierto</p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R} / a &lt; x &lt; b\} = (a; b)</math></p>	<p><math>A = \{x \in \mathbb{R} / -1 &lt; x &lt; 4\} = (-1; 4)</math></p>  <p>“valores mayores que -1 y menores que 4”</p>	<p><i>Simbólico</i></p> <p><i>Gráfico</i></p> <p><i>Coloquial</i></p>
<p>➤ Intervalo cerrado</p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\} = [a; b]</math></p>	<p><math>A = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 3\} = [-2; 3]</math></p>  <p>“valores mayores o igual que -2 y menores o igual que 3”</p>	<p><i>Simbólico</i></p> <p><i>Gráfico</i></p> <p><i>Coloquial</i></p>

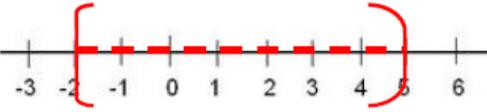
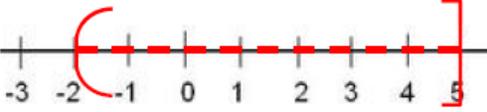


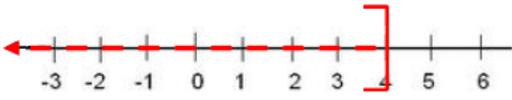
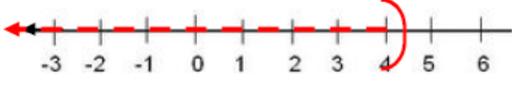
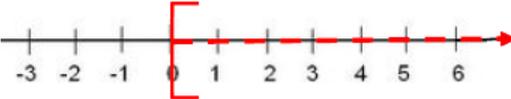
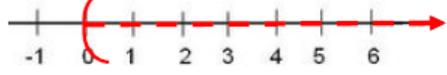
# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012

Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

<p>➤ Intervalos semiabiertos</p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/a \leq x &lt; b\} = [a; b)</math></p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/a &lt; x \leq b\} = (a; b]</math></p>	<p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/-2 \leq x &lt; 5\} = [-2; 5)</math></p>  <p>"valores mayores o iguales que -2 y menores que 5"</p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/-2 &lt; x \leq 5\} = (-2; 5]</math></p>  <p>"valores mayores que -2 y menores o igual que 5"</p>	<p><i>Simbólico</i></p> <p><i>Gráfico</i></p> <p><i>Coloquial</i></p>
--	---	---

<p>➤ Intervalos infinitos</p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x \leq b\} = (-\infty; b]</math></p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x &lt; b\} = (-\infty; b)</math></p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x \geq b\} = [b; \infty)</math></p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x &gt; b\} = (b; \infty)</math></p>	<p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x \leq 4\} = (-\infty; 4]</math></p>  <p>"valores menores o igual que 4"</p> <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x &lt; 4\} = (-\infty; 4)</math></p> <p>"valores menores que 4"</p>  <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x \geq 0\} = [0; \infty)</math></p> <p>"valores mayores o iguales que cero"</p>  <p><math>A = \{x \in \mathbb{R}/x &gt; 0\} = (0; \infty)</math></p> <p>"valores mayores que cero"</p> 	<p><i>Simbólico</i></p> <p><i>Gráfico</i></p> <p><i>Coloquial</i></p>
---	---	---

## INTERPRETACIÓN DE UN INTERVALO

$(7, \infty) \rightarrow$  Infinito a derecha, sin incluir el 7

$[-3, 2] \rightarrow$  Cerrado

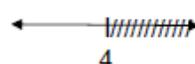
$2 < X < 5 \rightarrow$  Abierto

$(4, 12]$  Semiabierto a izquierda

$X \geq 6$  infinito a derecha

$(1, 8)$  abierto

 Infinito a izquierda

 Infinito a derecha

$4 \leq X \leq 9$  Cerrado



# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012

Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

La siguiente es una lista de varios tipos de intervalos con ejemplos.

Intervalo	Descripción	Dibujo	Ejemplo
<b>Cerrado</b>	$[a, b]$ Conjunto de números $x$ tales que $a \leq x \leq b$	 (incluye puntos extremos)	$[0, 10]$
<b>Abierto</b>	$(a, b)$ Conjunto de números $x$ tales que $a < x < b$	 (excluye puntos extremos)	$(-1, 5)$
<b>Semiabierto</b>	$(a, b]$ Conjunto de números $x$ tales que $a < x \leq b$		$(-3, 1]$
	$[a, b)$ Conjunto de números $x$ tales que $a \leq x < b$		$[-4, -1)$
<b>Infinito</b>	$[a, +\infty)$ Conjunto de números $x$ tales que $a \leq x$		$[0, +\infty)$
	$(a, +\infty)$ Conjunto de números $x$ tales que $a < x$		$(-3, +\infty)$
	$(-\infty, b]$ Conjunto de números $x$ tales que $x \leq b$		$(-\infty, 0]$
	$(-\infty, b)$ Conjunto de números $x$ tales que $x < b$		$(-\infty, 8)$
$(-\infty, +\infty)$ Conjunto de todos números reales		$(-\infty, +\infty)$	

## Operaciones con intervalos

Las operaciones con intervalos se realizan de forma gráfica; en la misma recta numérica se representan los intervalos que se van a operar, se recomienda que cada intervalo se represente con color y sombreado diferente. Si un intervalo se sombrea así  $////$ , el otro se sombree así  $\\\\\\$ . Recordemos los elementos que se escogen al hacer alguna de las siguientes operaciones.

**Unión.**  $A \cup B = \{X/X \in A \vee X \in B\}$  la unión está formada por los elementos que están en alguno de los dos conjuntos, es decir, en la unión están todos los elementos, tanto los de A como los de B; por eso al tener los dos intervalos en forma gráfica, el intervalo que representa la unión es la parte de la recta que quedó sombreada, no importa cuántas veces.

**Intersección.**  $A \cap B = \{X/X \in A \wedge X \in B\}$  la intersección está formada por los elementos que están en los dos conjuntos, es decir, en la intersección están sólo los elementos comunes, los que están en A y también están en B. Por eso al tener los dos intervalos en forma gráfica, el intervalo que representa la intersección es la parte de la recta que quedó con doble sombreado. Al tener color y sombreado diferente se identifica fácilmente la zona de la intersección.

Ejemplo. Con los intervalos  $P = (-8, 4]$ ,  $W = [-3, 9)$ , Realizar la Unión y la Intersección entre ellos.

1)  $P \cup W = (-8, 9)$

2)  $P \cap W = [-3, 4]$

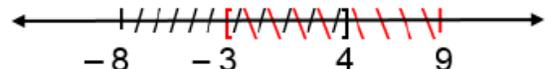
Los dos intervalos se representan en la misma recta con color y sombreado diferente. Los extremos de los Intervalos,  $-8, 4, -3$  y  $9$  se ubican en la recta, teniendo en cuenta el "orden", mayor a derecha, menor a izquierda.

El intervalo P se grafica sombreado con  $////$  desde  $-8$  hasta  $4$ .

El sombreado del intervalo B es  $\\\\\\$  y va desde  $-3$  hasta  $9$

La **unión** es la zona sombreada, en el ejemplo, va desde  $-8$  hasta  $9$  abierto:  $(-8, 9)$

La **intersección** es la zona con dos sombreados, en este ejemplo va desde  $-3$  cerrado hasta  $4$  cerrado:  $[-3, 4]$



Operaciones con intervalos: esta parte la encuentra explicada en el cuaderno, pero además puede ampliar esta información en los siguientes enlaces

UNION DE INTERVALOS <https://www.youtube.com/watch?v=j-5mBl4flnA>

INTERSECCIÓN DE INTERVALOS [https://www.youtube.com/watch?v=nx\\_rvu-yD70](https://www.youtube.com/watch?v=nx_rvu-yD70)

COMPLEMENTO DE INTERVALOS <https://www.youtube.com/watch?v=r6lp60-dsJU>

DIFERENCIA DE INTERVALOS <https://www.youtube.com/watch?v=IGWCw6UUHTM>

## Desigualdades sencillas de primer grado

Una desigualdad es una desigualdad. Los signos de desigualdad son:



# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012

Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

$\neq$  no es igual

$<$  menor que

$>$  mayor que

$\leq$  menor o igual que

$\geq$  mayor o igual que

Una desigualdad que tiene variable se llama **inecuación**.

Para resolver una **inecuación** deben encontrarse los valores de las incógnitas que satisfagan la inecuación.

## Propiedades de las desigualdades

Las propiedades se enuncian para  $<$  "menor que", pero tenga en cuenta que también se cumplen para  $>$  "mayor que".

Para todo  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , las desigualdades cumplen lo siguiente.

1) Transitividad  $\rightarrow$  Si  $a < b$  y  $b < c$  entonces  $a < c$  Ejemplos:  $3 < 6$  y  $6 < 8 \Rightarrow 3 < 8$  ;  $9 > 7$  y  $7 > 5 \Rightarrow 9 > 5$

2) Adición y sustracción  $\rightarrow$  Si  $a < b$  entonces  $a + c < b + c$  y  $a - c < b - c$

A los dos términos de una desigualdad se le puede sumar o restar un mismo número y la desigualdad se mantiene

Ejemplos: Si  $-5 < 3$  entonces  $(-8) + 7 < 3 + 7 \Rightarrow 1 < 3$ , Si  $-1 > -2$  entonces  $-1 - 4 > -2 - 4 \Rightarrow -5 > -6$

3) Multiplicación y división con número positivo  $\rightarrow$  Si  $c \in \mathbb{R}^+$  y  $a < b$  entonces  $ac < bc$  y  $a/c < b/c$

Al multiplicar los dos términos de una desigualdad por una cantidad positiva, la desigualdad se mantiene

Ejemplos:  $3 < 7$  y  $5 \in \mathbb{R}^+$  es positivo entonces  $3 \cdot 5 < 7 \cdot 5 \Rightarrow 15 < 35$

se mantuvo la desigualdad

4) Multiplicación y división con número negativo  $\rightarrow$  Si  $c \in \mathbb{R}^-$  y  $a < b$  entonces  $ac > bc$  y  $a/c > b/c$

Al multiplicar los dos términos de una desigualdad por una cantidad negativa, la desigualdad cambia

$-2 < 5$  y  $-4 \in \mathbb{R}^-$  es negativo entonces  $(-2) \cdot (-4) < 5 \cdot (-4) \Rightarrow 8 > -20$

Cambió la desigualdad

$-3 > -4$  y  $-6 \in \mathbb{R}^-$  es negativo entonces  $(-3) \cdot (-6) > (-4) \cdot (-6) \Rightarrow 18 < 24$

☆ Cuando se multiplica una desigualdad por un número negativo, la desigualdad cambia ⚙

Ejemplo : hallar el intervalo solución de la inecuación  $x + 2 > 5$

$$x + 2 > 5$$

$x > 5 - 2$  Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha

$x > 3$  Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es  $(3, +\infty)$

$$3x > -12$$

$$x > \frac{-12}{3}$$

$$x > -4 \Rightarrow (4, +\infty)$$

$$2x - 7 - 5x > 3 - x$$

$$2x - 5x + x > 3 + 7$$

$$-2x > 10$$

$$2x < -10$$

$$x < -\frac{10}{2}$$

$$x < -5 \Rightarrow (-\infty, -5)$$

Ejemplo : hallar el intervalo solución de la inecuación  $4x - 5 < 11 + x$

$$4x - 5 < 11 + x$$

$4x - x < 11 + 5$  Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha.

$3x < 16$  Reducción de términos semejantes en ambos lados y despejar

$x$ , como el 3 está multiplicando pasa a dividir.

$x < \frac{16}{3}$  Intervalo solución en forma de conjunto

Por lo tanto el intervalo solución es  $(-\infty, \frac{16}{3})$



# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012

Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

Ejemplo : Caso especial variable con signo negativo. **cambio de sentido**

Hallar el intervalo solución de  $-8x + 4 \leq 5x + 12$ .

$$-8x + 4 \leq 5x + 12$$

$$-8x - 5x \leq 12 - 4 \quad \text{Organizar términos, variables en la izquierda y números a la derecha.}$$

$$-13x \leq 8 \quad \text{Reducción de términos semejantes en ambos lados}$$

$(-1) \cdot -13x \geq 8 \cdot (-1)$  Como el término de la variable es negativo  $-13x$  multiplicamos en ambos lados por  $(-1)$  y le damos la vuelta a la desigualdad  $\geq$ . **cambio de sentido**

$$13x \geq -8 \quad \text{Despejar } x, \text{ como el } 13 \text{ está multiplicando pasa a dividir}$$

$$x \geq -\frac{8}{13} \quad \text{Intervalo solución en forma de conjunto}$$

Por lo tanto el intervalo solución es  $[-\frac{8}{13}, +\infty)$

## EJERCICIOS O TALLER

Este taller representa la forma como se evaluará o sustentará el plan de apoyo.

1. Escoge la opción correcta y explica tu respuesta

A. El siguiente intervalo se interpreta  $\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$

a) Abierto en a y cerrado en b    b) abierto en a y abierto en b    c) Cerrado en a y abierto en b    d) Cerrado en a y cerrado en b

B. El siguiente intervalo se escribe en notación de conjunto



a)  $\{x \in \mathbb{R} / 7 < x < -10\}$     b)  $\{x \in \mathbb{R} / -7 \leq x < 10\}$     c)  $\{x \in \mathbb{R} / -7 < x \leq -10\}$     d)  $\{x \in \mathbb{R} / 7 > x > -10\}$

C. El siguiente intervalo se escribe también



a)  $(-\infty, 8]$     b)  $(8, \infty)$     c)  $[8, \infty]$     d)  $[8, \infty)$

D. El intervalo  $\{x \in \mathbb{R} / -19 < x \leq -2\}$  se representa gráficamente:



E. Expresa la siguiente expresión de las tres formas de intervalo "Todos los números reales mayores o iguales que -15"

2. Represente los siguientes intervalos en las dos formas restantes (resolver cada literal)

A.  $(-12, \infty)$     B.  $[-16, -1]$     C.  $\{x \in \mathbb{R} / -4 < x \leq 5\}$     D.  $9 \cdot \{x \in \mathbb{R} / x \leq -7\}$     E.



3. Completa la tabla



# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012

Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1

	REPRES. GRÁFICA	INTERVALO	DEF. CONJUNTO
1		$[-1,3]$	$\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 3\}$
2			
3			
4		$[-2,1)$	
5			$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 5\}$
6			
7			$\{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$
8		$(0, \infty)$	
9			
10		$(-1,5)$	

4. Representa en todas las forma posibles los siguientes intervalos

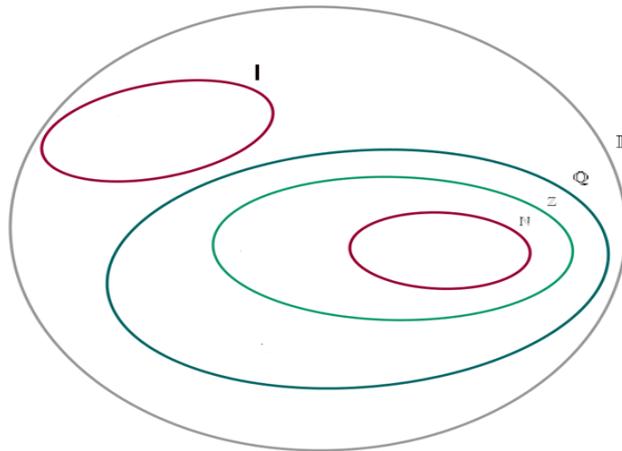
- $\{x / -2 \leq x < 3\}$
- Números mayores que  $-1$
- $(-\infty, -5]$
- Números mayores o iguales que  $-7$  y menores que  $19$ .
- Números mayores que  $9$  y menores que  $5$ .

5. Resuelva las siguientes operaciones con intervalos  $A=(-\infty, -8]$   $B= [-5,30)$   $C=[0, \infty)$   $D= [5,28]$   $E=[10,20)$   
 Recuerda que a cada literal debes hacerle las gráfica y expresar la respuesta de cada operación

- $A \cap B$
- $B \Delta C$
- $4 \cdot E'$
- $A - B$

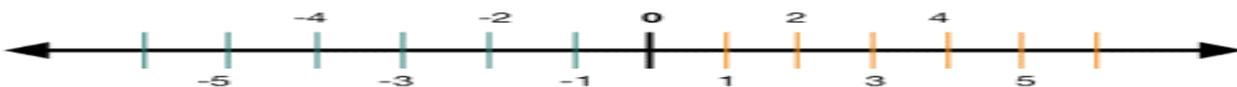
6. Ubica los siguientes números en los conjuntos numéricos que correspondan

$\sqrt{35}$ ,  $-5$ ,  $-100$ ,  $45$ ,  $0.555\dots$ ,  $\sqrt{64}$ ,  $\sqrt[3]{-27}$ ,  $\sqrt[5]{32}$ ,  $-e$ ,  $\frac{-12}{4}$ ,  $\frac{15}{3}$ ,  $8.25$ ,  $9\frac{1}{4}$ ,  $\sqrt{11}$



7. Ubique los siguientes números en la recta de forma aproximada

$\pi$ ,  $\frac{-11}{4}$ ,  $\frac{10}{3}$ ,  $\frac{-3}{2}$ ,  $\frac{9}{2}$ ,  $-2.25$ ,  $-5.8$ ,  $e$ ,  $5.\bar{6}$ ,  $0.75$ ,  $-0.333\dots$ ,  $-2.84267\dots$



8. Resuelve las siguientes desigualdades y expresa la respuesta como un intervalo



# Institución Educativa Juan XXIII

Resolución de Aprobación 11 75 del 31 de octubre de 2012  
Resolución de Aprobación Media Técnica: 1263 del 7 de Febrero de 2017

**DANE: 105001006556 – NIT: 900585184-1**

a)  $3x < 15$

b)  $3x - 9 > 0$

c)  $4x - 20 < 0$

d)  $4x - 8 > 3x - 14$

e)  $3x + 6 > 2x + 12$

f)  $5x + 3 > 2x + 6$

g)  $10 - 3x < 4x - 4$

h)  $10x + 24 < 16x + 12$

i)  $-2x + 3 \geq -3x - 1$

## INDICACIONES

La estrategia consiste en estudiar y desarrollar los temas y ejercicios estudiados en el periodo y prepararse para una evaluación escrita como plan de apoyo de este periodo

Cada estudiante en supervisión del acudiente o padre de familia de ponerse al día con las actividades realizadas en clases y las diversas consultas y tareas planteadas, ponerse al día con el cuaderno con todas las actividades desarrolladas a la fecha

Estudiar las competencias desarrolladas con los temas:

Introducción al cálculo. Conjuntos y subconjuntos: naturales, enteros, racionales, irracionales y número reales, ejemplos de estos, su clasificación y pertenencia de cualquier número a estos subconjuntos, Estudiar los números reales y su representación en la recta real, las definiciones de infinito actual e infinito potencial

Representación de intervalos en sus tres formas: Notación de intervalo, conjuntos y representación gráfica en la recta real, Operaciones con intervalos: Unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y complemento

Desigualdades sencillas de primer grado

Corregir, estudiar y analizar la evaluación de periodo y las actividades evaluadas en clase

Presentar la evaluación de plan de apoyo en la fecha programada por la Institución, la calificación sacada en la evaluación es la nota que quedará como definitiva del periodo como plan de apoyo

Se insta a la familia a hacer el acompañamiento respectivo para que el estudiante alcance los desempeños del área

## BIBLIOGRAFÍA:

LOS NÚMEROS REALES: <https://www.youtube.com/watch?v=c9lwjTFMkng>

SUBCONJUNTOS MUMERICOS: <https://www.youtube.com/watch?v=wmLsSNsDEtU>

LA RECTA REAL: <https://www.youtube.com/watch?v=UjJZwbqT06U>

<https://www.youtube.com/watch?v=rTUwSF0prgs&list=PLeySRPnY35dGlcw3F2MbVCNHwUI4rw6in>

<https://www.youtube.com/watch?v=e9E0XpWkFL8&list=PLeySRPnY35dGlcw3F2MbVCNHwUI4rw6in&index=2>

INTERVALOS: <https://www.youtube.com/watch?v=tyt6T1Ukq3w>

<https://www.youtube.com/watch?v=46WvE9S9y04>

[https://www.youtube.com/watch?v=3hoeBMp0cQw&list=PLeySRPnY35dE0X9snOak4s9hv8vb1\\_TbL](https://www.youtube.com/watch?v=3hoeBMp0cQw&list=PLeySRPnY35dE0X9snOak4s9hv8vb1_TbL)

UNION DE INTERVALOS <https://www.youtube.com/watch?v=j-5mBl4flnA>

INTERSECCIÓN DE INTERVALOS [https://www.youtube.com/watch?v=nx\\_rvu-yD70](https://www.youtube.com/watch?v=nx_rvu-yD70)

COMPLEMENTO DE INTERVALOS <https://www.youtube.com/watch?v=r6lp60-dsJU>

DIFERENCIA DE INTERVALOS <https://www.youtube.com/watch?v=IGWCw6UUHTM>

<https://repository.eafit.edu.co/server/api/core/bitstreams/f72ad3c4-60f0-4d2d-8482-cbe2485b4f39/content>

DIFERENCIA SIMETRICA: <https://www.youtube.com/watch?v=e0jKB03fRgk>

DESIGUALDADES DE PRIMER GRADO: <https://www.youtube.com/watch?v=gMDAtLLW5IM>

<https://www.youtube.com/watch?v=CkVXbU-PNRs>